

KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI DALAM MEMECAHKAN DERET ARITMATIKA DUA DIMENSI BERDASARKAN TAKSONOMI BLOOM

Zainal Abidin¹, Mohammad Tohir²

¹*Pelita Hati School of Jember, Indonesia*

²*Universitas Ibrahimy, Situbondo, Indonesia*

zainalabidin.school@gmail.com

Abstract:

The research aims to describe the level of higher-order thinking skills ability of students in solving generalization patterns in two-dimensional arithmetic series based on revised Bloom's taxonomy. The research method used is a qualitative descriptive approach. The subjects were students of the Master Program of Mathematics Education at Jember University. The data was collected by giving open problem-solving tasks and documentation studies to students to develop patterns of one-dimensional arithmetic series. Then, students are given the task of solving the next problem to draw up a generalization pattern of two-dimensional arithmetic series. The data analysis technique used is qualitative descriptive data analysis. The results showed that the percentage of higher-order thinking skills aspects included analyze (C4) reached 88.89%, evaluate (C5) reached 83.33%, and create (C6) reached 66.67%. The results of this achievement are influenced by several factors, including accuracy in compiling numbers and expanding existing data, mastery of arithmetic series permutation concepts and their application, the tendency of graduate students to rely on memorization and imitations of existing examples.

Keywords: *High-Order Thinking Skills, arithmetic series, two-dimensional, revised Bloom's taxonomy.*

PENDAHULUAN

Pendidikan matematika yang diterapkan di sekolah cenderung mengarahkan peserta didik untuk memahami rumus lalu diterapkan dalam menyelesaikan soal atau masalah bila dalam materi yang disampaikan mengandung rumus-rumus tertentu seperti barisan dan deret aritmatika. Padahal, kemampuan berpikir dalam menemukan lalu konstruksi rumus dalam matematika sangat diperlukan agar peserta didik lebih baik dalam memahami materi dan pembelajarannya lebih bermakna. Salah satu kemampuan berpikir yang sangat penting bagi peserta didik agar pembelajarannya lebih bermakna dan meningkatkan kualitas berpikir dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yaitu berpikir tingkat tinggi.

Berpikir tingkat tinggi merupakan komponen penting yang terdapat pada keterampilan abad ke-21, yaitu berpikir kritis, berpikir kreatif, komunikatif, dan kolaboratif (P21, 2014). Berpikir tingkat tinggi tumbuh ketika seorang individu menghadapi masalah atau persoalan yang belum pernah dipecahkan. atau *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori saling berhubungan atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai suatu tujuan atau menemukan jawaban yang mungkin dalam situasi membingungkan. Berbagai



Content from this work may be used under the terms of the [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) that allows others to share the work with an acknowledgment of the work's authorship and initial publication in this journal.

tujuan dapat dicapai melalui pemikiran tingkat tinggi (As'ari, Tohir, Valentino, Imron, & Taufiq, 2017). Sedangkan berdasarkan taksonomi bloom yang telah direvisi ada 6 ranah kognitif yaitu: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mengkreasi (Anderson, L.W. & Krathwohl, 2010). Mengingat, memahami dan menerapkan merupakan berpikir tingkat rendah sedangkan, berpikir tingkat tinggi meliputi menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi. Untuk menuju proses berpikir tingkat tinggi tentunya harus melewati tiga tahapan awal pada taksonomi bloom. Menurut Pohl (2000) mengatakan bahwa dalam berbagai keterampilan kognitif, keterampilan berpikir tingkat tinggi termasuk menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mengkreasi (C6).

Hasil penelitian oleh Ramos, dkk (2013) tentang keterampilan berpikir menunjukkan menunjukkan *HOTS (Higher Order Thinking Skills)* yang terdiri dari kemampuan berpikir analisis, evaluasi, dan mencipta siswa berada pada level rendah, hal tersebut dikarenakan siswa merasa kesulitan dalam melakukan proses analisa, evaluasi, dan mencipta. Sedangkan dalam penelitian lain yang dilakukan Sobirin, dkk (2016) menunjukkan, Hanya 12,5% siswa yang berhasil menyelesaikan soal kategori *HOTS (Higher Order Thinking Skills)*. Sedangkan pada kategori *LOTS (Lower Order Thinking Skills)* yang terdiri dari kemampuan tingkat mengingat, memahami, dan menerapkan siswa mencapai 87,5%. Dengan demikian, berpikir tingkat tinggi sangat penting untuk ditumbuh kembangkan dalam pembelajaran, maka penelitian terkait hal tersebut perlu dilakukan. Penelitian ini akan menganalisis kemampuan berpikir tingkat tinggi dalam konstruksi rumus generalisasi barisan hasil pengembangan barisan dan deret aritmatika. Oleh karena itu, tujuan ini adalah mengetahui pola generalisasi barisan yang dapat dikembangkan, bentuk-bentuk rumus yang berlaku pada generalisasi barisan tersebut, dan mendeskripsikan berpikir tingkat tinggi dari konstruksi rumus generalisasi barisan yang diselesaikan berdasarkan taksonomi Bloom.

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian deskriptif yaitu penelitian yang berusaha untuk menuturkan pemecahan masalah yang ada sekarang berdasarkan data-data, jadi ia juga menyajikan data, menganalisis dan menginterpretasi (Narbuko, 2010). Jenis penelitian kualitatif diterapkan dalam penelitian ini, hal ini dikarenakan peneliti sebagai instrumen kunci yang akan mengungkap fakta terhadap objek yang diteliti, namun teknik pengumpulan data dilakukan dengan teknik dokumentasi yang sebelumnya melalui berbagai proses untuk menemukan sendiri data tersebut, dan analisis data bersifat induktif. Penelitian kualitatif adalah salah satu prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa ucapan atau tulisan dan perilaku orang yang diamati (Tohir, Susanto, Hobri, Suharto, & Dafik, 2018; Basrowi, 2008). Penelitian ini menggunakan materi barisan dan deret dikarenakan dalam kegiatan pembelajarannya dimungkinkan siswa untuk berpikir dalam menemukan pola maupun mengkonstruksi pola barisan dan deretnya. Pola dan barisan yang dijadikan acuan dalam mengumpulkan datanya yaitu barisan dan deret aritmatika. Subjek penelitian yang dilakukan oleh penulis adalah mahasiswa Program Magister Matematika Pendidikan di Universitas Jember.

Prosedur penelitian yang akan diterapkan yaitu: (1) Pengumpulan data dengan cara menemukan pola umum dari barisan terlebih dahulu lalu mengkonstruksi rumus yang berlaku; (2) menganalisis data yang telah diperoleh; (3) penarikan kesimpulan. Setiap prosedur memiliki langkah-langkah yang tidak sederhana. Hal ini dikarenakan data yang dikumpulkan masih belum tersedia atau siap pakai dan analisisnya berdasarkan beberapa kriteria sesuai indikator ranah konitif taksonomi bloom revisi. Seperti langkah dalam pengumpulan data, upaya penemuan pola barisan dan deret perlu dijabarkan dan diuraikan dengan cukup jelas termasuk kendala-kendalanya demikian pula dalam mengkonstruksi rumusnya. Langkah selanjutnya yang diperlukan yaitu mengorganisasi data atau merapikannya sehingga analisis data dapat dilakukan dengan baik dan lancar, termasuk dalam penarikan kesimpulan.

HASIL PENELITIAN

Pengumpulan data dimulai dengan memahami rumus dasar barisan dan deret aritmatika terlebih dahulu yaitu barisan aritmatika dan deret aritmatika. Barisan aritmatika merupakan barisan yang suku-sukunya diperoleh dengan menambahkan suatu bilangan tetap ke suku sebelumnya. Bilangan tetap disebut dengan beda atau selisih dan dilambangkan dengan huruf " b ", suku pertama (U_1) dilambangkan dengan huruf " a ", dan rumus suku ke- n dari barisan aritmetika adalah $U_n = a + (n - 1)b$. Sedangkan deret aritmetika disebut juga deret hitung. Apabila suku-suku di dalam barisan aritmetika dijumlahkan, maka didapat deret aritmetika. Jadi, bentuk baku deret aritmetika adalah $a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (a + (n - 1)b)$. Jika jumlah n suku deret aritmetika dinyatakan dengan S_n , maka didapat rumus: $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$. Setelah itu, proses penemuan pola dilakukan dengan membuat tabel terlebih dahulu seperti berikut ini.

Tabel 1. Format isian barisan berpola

i	1	2	3	4
$f(x_i)$						

i menunjukkan posisi suku pada barisan, sedangkan $f(x_i)$ adalah rumus fungsi barisan yang berlaku.

Nilai i dalam tabel tidak terbatas hingga lima kolom demikian pula dengan $f(x_i)$. Berikut ini adalah barisan yang telah ditemukan:

Tabel 2a. Temuan data barisan yang berpola untuk n ganjil

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x_i)$	13	25	10	22	7	19	4	16	1

Tabel 2b. Temuan data barisan yang berpola untuk n genap

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x_i)$	22	10	19	7	16	4	13	1

Bila dilihat cara menempatkan bilangan pada baris $f(x_i)$ dengan cara berurutan dari bilangan yang nilainya terkecil hingga terbesar, maka polanya terlihat dengan loncat 1 kolom. Lalu, barisan pertama dan kedua dijumlahkan, barisan kedua dijumlahkan dengan barisan ketiga, demikian seterusnya hingga terbentuklah barisan aritmatika, seperti gambar berikut ini:

GENERALISASI BARISAN 1 DIMENSI

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x_i)$	13	25	10	22	7	19	4	16	1
Jumlah	38	35	32	29	26	23	20	17	
Beda	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(x_i)$	16	31	13	28	10	25	7	22	4	19	1
Jumlah	47	44	41	38	35	32	29	26	23	20	
Beda	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	

Berdasarkan gambar tersebut, beda yang diperoleh yaitu -3 . Formula yang berlaku pada generalisasi barisan tersebut yaitu sebagai berikut:

Gambar 1. Barisan Dimensi 1 yang telah ditemukan

1. Untuk n (banyaknya i) ganjil, berlaku:

$$f(x_i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli ganjil dan } f(x_i) \\ = 3n - \frac{3i}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli genap}$$

2. Untuk n (banyaknya i) genap, berlaku:

$$f(x_i) = 3n - \frac{3i+1}{2}; i \in \text{bilangan asli ganjil dan } f(x_i) \\ = \frac{3(n-i)}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli genap}$$

Kemudian, setelah mahasiswa menemukan susunan angka yang membentuk deret aritmatika, dilanjutkan dengan mencari rumus fungsinya untuk pola loncat satu dan pola loncat tiga dengan modulo. Ada data yang disusun oleh mahasiswa dan tidak membentuk deret aritmatika. Sehingga tidak bisa ditemukan rumus fungsi. Pada tahap menemukan susunan deret ini, semua mahasiswa pascasarjana berhasil menemukan susunan deret tersebut. Kemudian, ditemukan suatu deret yang disusun oleh mahasiswa memerlukan bantuan modulo agar dapat diselesaikan, perhatikan kedua tugas berikut yang dikerjakan oleh mahasiswa. Setelah mendapatkan bantuan modulo untuk menemukan rumus fungsi suku ke- n , kemudian langkah selanjutnya melakukan kegiatan untuk menemukan rumus fungsi tingkat 2 dan seterusnya. Untuk menentukan rumus fungsi pada tingkat berikutnya memerlukan ekspand deret aritmatika yang lebih banyak, akan tetapi tidak semuanya deret tersebut berhasil ditemukan rumus fungsi untuk tingkat-tingkat berikutnya, hal ini dikarenakan beda pada tahap tertentu dan terjadi beda yang tidak konstan. Pada tahap ini hanya 61,11% mahasiswa yang dapat menemukan rumusnya dengan cepat dan benar. Berikut pengalaman menarik individual dari masing-masing mahasiswa.

Berikutnya, tabel dikembangkan menjadi 2 dimensi barisan, sehingga format tabelnya menjadi:

Tabel 3. Format isian barisan 2 dimensi

i, j	1	2	3	4
1						
2						
..						

i menunjukkan posisi suku pada barisan secara horisontal, sedangkan j menunjukkan suku pada barisan vertikal.

Bagian yang kosong perlu bilangan-bilangan sehingga membentuk pola dan dapat dicari rumus generalisasinya.

Pola barisan yang ditemukan akan ditunjukkan pada gambar berikut ini:

Formula yang perlu dicari untuk memenuhi tabel di samping yaitu $P_{m,d}^n(i,j)$, dimana m adalah banyaknya j , n adalah banyaknya i dan d merupakan beda barisan apabila bilangan di setiap kolom dijumlahkan.

Berikut ini adalah formulasinya:

Gambar 2. Barisan Dimensi 2 yang telah ditemukan

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = 2i + (j - 1)n - 1; \quad 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \text{ dan } j \in \text{bilangan asli ganjil};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = (j - 2)n + 2i - 1; \quad \frac{n+3}{2} \leq i \leq n \text{ dan } j \in \text{bilangan asli ganjil};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = jn + \frac{3-n}{2} - i; \quad 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \text{ dan } j \in \text{bilangan asli genap};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = jn + \frac{n+3}{2} - i; \quad \frac{n+3}{2} \leq i \leq n \text{ dan } j \in \text{bilangan asli genap}$$

Untuk dimensi 2 tersebut, rumus tersebut berlaku bila m anggota bilangan asli genap, sedangkan n adalah anggota bilangan asli ganjil.

Berdasarkan rumus yang didapat pada data yang disusun oleh mahasiswa, maka hal ini menggambarkan bahwa proses berfikir mahasiswa antara yang satu dengan yang lainnya sangat beragam. Hal ini disebabkan bahan materi yang disampaikan oleh Dosen merupakan bahan research dan belum ada rujukan yang pasti, sehingga para mahasiswa dalam menemukan rumus data yang dibuat oleh

masing-masing mahasiswa murni hasil pemikirannya sendiri dan data yang dibuat murni juga hasil imajinasinya. pada tahap menyusun data seperti ini, ada 88,89% mahasiswa dapat menemukan datanya. Akan tetapi diantara data yang ditemukan, ada juga data yang tidak dapat ditemukan rumus fungsinya. Tidak hanya itu, ada temuan juga dari beberapa data yang telah disusun oleh mahasiswa tidak bisa ditemukan rumus $P_{m,d}^n(i, j)$ setelah data tersebut diurutkan. Kemudian mahasiswa diberikan tugas mandiri dalam menemukan rumus fungsi yang tergantung pada i dan j atau $P_{m,d}^n(i, j)$.

Formula akhir dari generalisasi barisan ini yaitu $\sum_{j=1}^m P_{m,\frac{m}{2}}^n(i, j)$, dimana $\sum_{j=1}^m$ merupakan jumlah setiap kolom mulai $j=1$ hingga m . Berikut ini formulasinya:

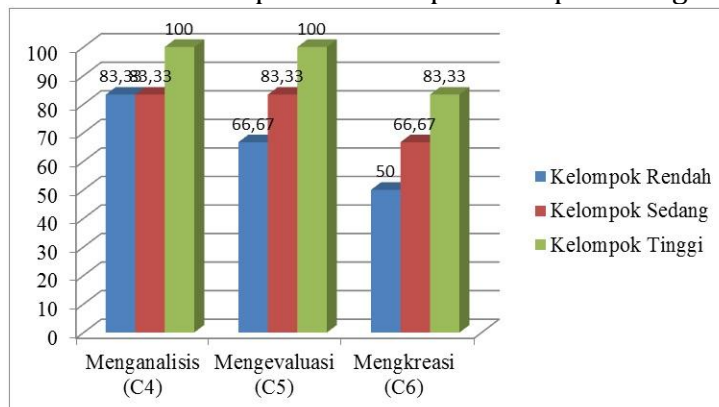
$$\sum_{j=1}^m P_{m,\frac{m}{2}}^n(i, j) = \frac{m}{2} \left(mn + i + \frac{1-n}{2} \right)$$

Berdasarkan data yang terdapat uraian di atas, bahwa jika rumus $P_{m,d}^n(i, j)$ ditemukan dengan benar, maka rumus jumlah $\sum_{j=1}^m P_{m,d}^n(i, j)$ pasti ditemukan juga.

Oleh karena itu, untuk menentukan rumus jumlah $\sum_{j=1}^m P_{m,d}^n(i, j)$ terlebih dulu harus menemukan susunan data yang benar dan tepat, sehingga rumus fungsi dan rumus jumlahnya akan dapat ditemukan pula dengan mudah. Pada tahap menemukan rumus jumlah $\sum_{j=1}^m P_{m,d}^n(i, j)$ ada 83,33% mahasiswa dapat menemukan rumus jumlah tersebut.

Adapaun hasil analisis secara keseluruhan, maka langkah-langkah penyelesaian yang telah dikerjakan oleh mahasiswa, berada pada ranah kognitif “mengkreasikan (C6)” dalam generalisasi barisan aritmatika. Hasil analisis ini diperoleh dari tahap perencanaan penyelesaian hingga evaluasinya. Ranah ini merupakan ranah kognitif tertinggi dan di dalamnya mengandung beberapa indikator-indikator berpikir tingkat tinggi. Sedangkan hasil analisis secara keseluruhan terhadap ranah menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mengkreasikan (C6) untuk mahasiswa kelompok tinggi, sedang, dan rendah dapat disajikan pada gambar 3 berikut.

Gambar 3. Persentase Aspek Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi



Berdasarkan gambar 3 diatas, menunjukkan bahwa persentase aspek keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam memecahkan deret aritmatika dua dimensi berdasarkan taksonomi bloom untuk untuk mahasiswa kelompok rendah yang mencakup menganalisis (C4) mencapai 83,33%, mengevaluasi (C5) mencapai 66,67%, dan mencipta (C6) mencapai 50%. Adapun persentase pada aspek keterampilan berpikir tingkat tinggi untuk mahasiswa kelompok sedang yang mencakup menganalisis (C4) mencapai 83,33%, mengevaluasi (C5) mencapai 83,33%, dan mencipta (C6) mencapai 66,67%. Sedangkan persentase pada aspek keterampilan berpikir tingkat tinggi untuk mahasiswa kelompok tinggi yang mencakup menganalisis (C4) mencapai 100%, mengevaluasi (C5) mencapai 100%, dan mencipta (C6) mencapai 83,3%. Hal ini disebabkan oleh proses berpikir seseorang berdasarkan seringnya latihan dalam menyelesaikan suatu masalah secara kontinu dan berkesinambungan. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Saefudin (2011) menyimpulkan bahwa pada saat menerapkan ide, siswa dengan kemampuan matematika tinggi tidak melakukan kesalahan dalam penyelesaian soal, dan merasa tertantang menyelesaikan soal dengan beragam cara dan jawaban. Akurasi untuk menerapkan strategi yang dipilih diperoleh berdasarkan pengalaman sebelumnya. Adapun berdasarkan hasil pengembangan yang didapat oleh Tohir, Abidin, Dafik, & Hobri (2018) mengatakan bahwa "*developing students creative thinking skills can be carried out by increasing their motivation in developing the concepts taught by lecturers, continuously doing exercises in problem solving, and understanding problems given more carefully*". Sedangkan berdasarkan hasil penelitian yang didapat oleh Julistiawati & Yonata (2013) berdasarkan hasil tes keterampilan proses dan produk yang berada pada ranah kognitif C4 (analisis), C5 (evaluasi), dan C6 (kreasi) menunjukkan bahwa Keterampilan berpikir tingkat tinggi siswa rata-rata memperoleh penilaian baik pada penerapan model pembelajaran inkuiri. Dengan demikian, berdasarkan taksonomi bloom yang telah direvisi dalam memecahkan masalah generalisasi barisan aritmatika memerlukan keterampilan berpikir tingkat tinggi, sehingga proses berfikir seseorang secara logis dan matematis. Hal ini sejalan dengan pendapat Tohir (2017) yang mengatakan bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan proses berfikir secara logis dan matematis dalam menarik suatu kesimpulan baik secara induktif maupun deduktif berdasarkan pengetahuan yang didapat sebelumnya atau secara tiba-tiba dalam menemukan suatu kebenaran.

PEMBAHASAN

Pembahasan ini akan menunjukan hasil analisis kemampuan berpikir tingkat tinggi mahasiswa dalam memecahkan deret aritmatika dua dimensi berdasarkan taksonomi bloom yang telah direvisi oleh Anderson & Krathwohl (2010). Adapun dalam taksonomi bloom yang telah direvisi ada enam tahapan ranah kognitif yaitu: mengingat (C1), memahami (C2), menerapkan (C3), menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mengkreasi (C6). Sedangkan untuk menuju proses berpikir tingkat tinggi tentunya harus melewati tiga aspek berpikir tingkat rendah. Sehingga untuk memperoleh hasil penelitian, langkah-langkah analisis perlu diuraikan secara sistematis. Berikut akan diuraikan secara deskriptif dan menunjukkan bukti (bila diperlukan) sehingga memudahkan pengambilan kesimpulannya yang didasarkan teori yang telah dikaji sebelumnya.

1. Dalam merencanakan penyelesaian, materi prasyarat perlu dipahami terlebih dahulu.

Pada tahapan ini, materi barisan dan deret perlu dipahami terlebih dahulu (seperti yang diuraikan dalam hasil penelitian) terutama rumus suku ke- n dan jumlah hingga suku ke- n . Hal tersebut menunjukkan bahwa penyelesaian atau konstruksi rumus menggunakan konsep dasar rumus barisan dan deret aritmatika. Hal ini sesuai dengan pendapat Novitasari (2016) tentang pentingnya materi prasyarat pada matematika, ia mengatakan bahwa Matematika merupakan mata pelajaran yang terdiri dari materi-materi yang saling berkaitan satu sama lain. Untuk mempelajari suatu materi, dibutuhkan pemahaman mengenai materi sebelumnya atau materi prasyarat.

2. Pemilihan strategi yang sesuai dalam konstruksi rumus, penjelasan uraian masalah, informasi penting termasuk penyelesaian kendala yang ditemukan. Menurut Rasyidin & Maulana (2008) ada beberapa strategi yang dapat digunakan dan mungkin sangat bermanfaat untuk menyelesaikan suatu soal, terutama soal yang terlihat cukup rumit. Beberapa strategi yang dimaksud adalah mencari pola, membuat gambar, menulis dan memilih notasi, membagi kasus, dan bekerja terbalik. Sedangkan menurut Menurut Gartmann & Freiberg (1995) mengatakan bahwa dalam pemecahan masalah terdapat proses menyadari dan mengatur berpikir tentang bagaimana siswa membuat pendekatan terhadap masalah, memilih strategi yang digunakan untuk menemukan pemecahan dan bertanya kepada diri sendiri tentang masalah tersebut.

a. Generalisasi Barisan 1 Dimensi

Pada tahap menganalisis, yang dilakukan adalah menduga bahwa pola bilangan lompat satu atau lebih untuk membentuk barisan aritmetika. Sehingga pada gambar 1 perlu dipelajari polanya terlebih dahulu, lalu strategi dipilih untuk mengkonstruksi rumusnya. Pola barisan yang telah ditemukan yaitu penempatan bilangan dilakukan dari nilainya yang terkecil dan berselisih 3 dengan cara memulainya dari nilai i yang paling akhir atau $i = n$, lalu loncat satu menuju $i = n-2$, $i = n-4$, ..., $i = 1$. Setelah itu dilanjutkan ke $i = n-1$, $i = n-3$, $i = n-5$, ..., $i = 2$. Selesai menempatkan bilangan-bilangan tersebut, diperoleh sebuah pola yang konsisten dengan beda -3 , bila bilangan yang berdekatan dijumlahkan seperti gambar 1.

Pada tahap selanjutnya adalah mengevaluasi. Pada tahap ini yang dilakukan adalah mengevaluasi bahwa dengan pola bilangan. Sehingga dari pola tersebut, identifikasi dilakukan dan beberapa hal ditemukan yaitu: (1) Terdapat 2 pola penempatan bilangan yaitu pada i ganjil dan i genap, (2) Kemungkinan konstruksi rumus bisa lebih dari 1 dan detail analisis diperlukan dengan menemukan pola yang konsisten.

Pada tahap akhir dari berpikir tinggi adalah mengkreasi. Berdasarkan identifikasi, strategi konstruksi rumus dilakukan dengan cara:

- i) untuk i ganjil, tabel 2a dapat dilihat kembali hingga konstruksi rumus bisa mulai dilakukan.

Tabel 4. Bagian dari tabel 2a dengan i ganjil

i	1	3	5	7	9
$f(x_i)$	13	10	7	4	1

Dengan menggunakan rumus dasar $U_n = a + (n - 1)b$, sehingga:

$$i = 1 + (n - 1)2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1, \text{ sehingga } n = \frac{i+1}{2}$$

Dengan melakukan substitusi nilai $n = \frac{i+1}{2}$ dalam konstruksi $f(x_i)$:

$$f(x_i) = 13 + \left(\frac{i+1}{2} - 1\right)(-3) = \frac{3n-1}{2} + 3 - \left(\frac{3i+3}{2}\right) = \frac{3n-1-3i-3}{2} + 3 = \frac{3n-3i-4}{2} + 3 = \frac{3(n-i)}{2} + 1$$

Dalam konstruksi ini, penting untuk memperhatikan kaitan-kaitan yang terjadi, sebagai contoh kaitan i dengan proses formulasi $f(x_i)$ dan pengubahan 13 menjadi $\frac{3n-1}{2}$. Hal ini harus dilakukan karena nilai n (jumlah i) tidak konstan untuk generalisasi rumus sehingga memberikan dampak juga pada bilangan yang ditempatkan dalam tabel isian. Agar lebih meyakinkan, pengecekan perlu dilakukan dan hal tersebut bisa dilihat pada gambar 3.

- ii) untuk i genap, tabel 2a dapat dilihat kembali lalu konstruksi rumus bisa mulai dilakukan.

Tabel 5. Bagian dari tabel 2a dengan i genap

i	2	4	6	8
$f(x_i)$	25	22	19	16

Dengan menggunakan rumus dasar $U_n = a + (n - 1)b$, sehingga:

$$i = 2 + (n - 1)2 = 2 + 2n - 2 = 2n, \text{ sehingga } n = \frac{i}{2}$$

Dengan melakukan substitusi nilai $n = \frac{i}{2}$ dalam konstruksi $f(x_i)$:

$$f(x_i) = 25 + \left(\frac{i}{2} - 1\right)(-3) = (3n - 2) + 3 - \left(\frac{3i}{2}\right) = 3n - \frac{3i}{2} + 3 - 2 = 3n - \frac{3i}{2} + 1$$

a) untuk i ganjil

i	1	3	5	7	9
f(i)	13	10	7	4	1

Untuk menemukan formula dari $f(i)$ diperlukan 2 cara yaitu :

1. $U_n = a + (n-1)b$
 $i = 1 + (n-1)2$
 $i = 1 + 2n - 2$
 $i = 2n - 1$
 $\frac{i+1}{2} = n$

2. Untuk menemukan $f(i)$:
 $U_n = a + (n-1)b$
 $f(i) = 13 + (\frac{i+1}{2} - 1)(-3)$
 $f(i) = 13 + (\frac{i+1}{2} - 1)(-3)$
 $f(i) = 13 - 3(\frac{i+1}{2} - 1)$
 $f(i) = 13 - \frac{3i+3}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-1-3i-3}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-3i-4}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1$

check : untuk $i = 3 \rightarrow f(i) = \frac{3(3-3)}{2} + 1 = \frac{0}{2} + 1 = 1$... benar

b) untuk i genap

i	2	4	6	8
f(i)	25	22	19	16

1. $U_n = a + (n-1)b$
 $i = 2 + (n-1)2$
 $i = 2 + 2n - 2$
 $i = 2n$
 $\frac{i}{2} = n$

2. Untuk menemukan $f(i)$:
 $U_n = a + (n-1)b$
 $f(i) = 25 + (\frac{i}{2} - 1)(-3)$
 $f(i) = 25 - 3(\frac{i}{2} - 1)$
 $f(i) = 25 - \frac{3i}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-2-3i}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-3i-2}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-3i-2}{2} + 3$
 $f(i) = \frac{3n-3i}{2} + 1$

check : untuk $i = 6 \rightarrow f(i) = \frac{3(9)-3(6)}{2} + 1 = \frac{27-18}{2} + 1 = \frac{9}{2} + 1 = 5.5 + 1 = 6.5$... benar

jadi,
 $f(i) = \begin{cases} \frac{3(n-i)}{2} + 1 & \text{; untuk i ganjil} \\ 3n - \frac{3i}{2} + 1 & \text{; untuk i genap} \end{cases}$

Mengaitkan i ke parameter atau bilangan 13 dalam barisan

Mengaitkan i ke parameter atau bilangan 25 dalam barisan

Gambar 3. Bukti pengerjaan dan pengecekan per tahap

Dalam konstruksi ini, penting untuk memperhatikan kaitan-kaitan yang terjadi, sebagai contoh kaitan i dengan proses formulasi $f(i)$ dan pengubahan 25 menjadi $(3n-2)$ yang beracuan pada nilai i dan bilangan tertinggi pada pola i ganjil, seperti gambar berikut:

Berdasarkan proses keseluruhan konstruksi, maka kesimpulan bisa diperoleh,

$$f(x_i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli ganjil dan } f(x_i) = 3n - \frac{3i}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli genap}$$

Pengecekan secara keseluruhan untuk keberlakuan rumus generalisasi tersebut perlu dilakukan seperti gambar berikut:

Untuk $n = 19$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
f(i)	13	25	22	19	16	13	10	7	4	1	-2	-5	-8	-11	-14	-17	-20	-23	-26

a) untuk i ganjil seharusnya berlaku : $f(i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1$
 $i = 11 \rightarrow f(i) = \frac{3(19-11)}{2} + 1 = 13$... benar
 $i = 19 \rightarrow f(i) = \frac{3(19-19)}{2} + 1 = 1$... benar

b) untuk i ganjil seharusnya berlaku : $f(i) = 3n - \frac{3i}{2} + 1$
 $i = 10 \rightarrow f(i) = 3(19) - \frac{3(10)}{2} + 1 = 57 - 15 + 1 = 43$... benar
 $i = 18 \rightarrow f(i) = 3(19) - \frac{3(18)}{2} + 1 = 57 - 27 + 1 = 31$... benar

∴ Rumus yang diperoleh untuk n ganjil saja :

$$f(i) = \begin{cases} \frac{3(n-i)}{2} + 1 & \text{; untuk i ganjil} \\ 3n - \frac{3i}{2} + 1 & \text{; untuk i genap} \end{cases}$$

Sekarang pengujian mulai dari tabel terlebih dahulu.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
f(i)	13	25	22	19	16	13	10	7	4	1	-2	-5	-8	-11	-14	-17	-20	-23	-26

a) untuk i ganjil seharusnya berlaku : $f(i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1$
cek : $i = 1 \rightarrow f(i) = \frac{3(19-1)}{2} + 1 = \frac{3 \times 18}{2} + 1 = 27 + 1 = 28 \neq 13$
 $f(i) = \frac{32}{2} + 1 \neq 40$
 $i = 3 \rightarrow f(i) = \frac{3(19-3)}{2} + 1 = \frac{3(16)}{2} + 1 = 24 + 1 = 25 \neq 22$
 $f(i) = \frac{32}{2} + 1 \neq 37$

Rumus tidak berlaku untuk $n = 14$ atau n genap. maka perlu menemukan rumus lainnya. Sebelum menemukan rumus lain, rumus yang telah ditemukan akan diujikan untuk n ganjil saja.

Kendala terkait keberlakuan rumus

Gambar 4. Pengecekan keseluruhan dan temuan kendala

Kendala yang ditemukan dalam hasil pengecekan yaitu rumus generalisasi tersebut hanya berlaku untuk n sebanyak bilangan ganjil saja, sehingga konstruksi rumus untuk n genap perlu dilakukan.

Dengan menggunakan langkah-langkah yang hampir sama dengan konstruksi rumus sebelumnya, perumusan untuk n genap dapat dijabarkan sebagai berikut:

- iii) untuk i ganjil, tabel 2b dapat dilihat kembali hingga konstruksi rumus bisa mulai dilakukan.

Tabel 6. Bagian dari tabel 2a dengan i ganjil

i	1	3	5	7
$f(x_i)$	22	19	16	13

$$f(x_i) = 22 + \left(\frac{i+1}{2} - 1\right)(-3) = 22 + 3 - \left(\frac{3i+3}{2}\right) = (3n - 2) + 3 - \left(\frac{3i+3}{2}\right) = 3n + 1 - \left(\frac{3i+3}{2}\right) = 3n - \frac{3i-1}{2}$$

- iv) untuk i genap, tabel 2b dapat dilihat kembali lalu konstruksi rumus bisa mulai dilakukan.

Tabel 7. Bagian dari tabel 2a dengan i genap

i	2	4	6	8
$f(x_i)$	10	7	4	1

$$f(x_i) = 10 + \left(\frac{i}{2} - 1\right)(-3) = (13 - 3) + 3 - \left(\frac{3i}{2}\right) = 13 - \frac{3i}{2} = \left(3n - \frac{3(n-1)+1}{2}\right) - \frac{3i}{2} = 3n - \frac{3n-3+1}{2} - \frac{3i}{2} = \frac{3n-3i}{2} + 1 = \frac{3(n-i)}{2} + 1$$

Dari proses konstruksi keseluruhan diperoleh kesimpulan, ada 4 rumus yang berlaku setelah dilakukan pengecekan keseluruhan baik n genap maupun ganjil dalam generalisasi barisan ini:

* Untuk n (banyaknya i) ganjil, berlaku:

$$f(x_i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli ganjil} \text{ dan } f(x_i) = 3n - \frac{3i}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli genap}$$

* Untuk n (banyaknya i) genap, berlaku:

$$f(x_i) = 3n - \frac{3i+1}{2}; i \in \text{bilangan asli ganjil} \text{ dan } f(x_i) = \frac{3(n-i)}{2} + 1; i \in \text{bilangan asli genap}$$

b. Generalisasi Barisan 2 Dimensi

Pada tahap menganalisis, yang dilakukan adalah menduga bahwa generalisasi barisan 2 dimensi diperoleh barisan dengan pola seperti gambar 2. Berdasarkan identifikasi, strategi konstruksi rumus $P_{m,2}^n(i, j)$ dilakukan dengan cara menggunakan tabel $P_{6,3}^9(i, j)$ sebagai berikut.

- i). Untuk $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan j ganjil,

Tabel 7. Bagian dari tabel $P_{6,3}^9(i,j)$ dengan $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan j ganjil

i,j	1	2	3	4	5
1	1	3	5	7	9
3	19	21	23	25	27
5	37	39	41	43	45

Dengan menggunakan rumus dasar $U_n = a+(n-1)b$, sehingga untuk barisan yang horisontal bisa disebut U_n , sedangkan yang vertikal adalah U_m . Proses konstruksi dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

$$U_n = 1 + (i - 1)2 \text{ dan } U_m = 1 + \left(\frac{j+1}{2} - 1\right)2n = 1 + (j - 1)n$$

Dengan memperhatikan nilai $U_m = 1+(j - 1)n$ dan melihat 1 pada U_n yang merupakan parameter terkait dengan U_m , maka:

$$P_{m, \frac{n}{2}}^n(i, j) = 1 + (j - 1)n + (i - 1)2 = 1 + (j - 1)n + 2i - 2 = 2i + (j - 1)n - 1$$

Kaitan-kaitan yang terjadi cukup kompleks karena selain memperhatikan barisan kolom i , barisan j juga penting untuk dipertimbangkan dalam konstruksi rumus.

ii). Untuk $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ dan j ganjil, perhatikan tabel berikut ini:

Tabel 8. Bagian dari tabel $P_{6,3}^9(i,j)$ dengan $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ dan j ganjil

i,j	1	2	3	4
1	2	4	6	8
3	20	22	24	26
5	38	40	42	44

Pada tahap selanjutnya adalah mengevaluasi. Pada tahap ini yang dilakukan adalah mengevaluasi bahwa dengan mengeneralisasi barisan. Sehingga dengan menggunakan konsep dasar yang sama seperti sebelumnya ditambah dengan nilai i yang tidak selalu tetap nilainya bila melihat polanya, maka disini mengandung beberapa kaitan yaitu U_m yang sama dengan sebelumnya sedangkan U_s merupakan barisan horisontal pada tabel isian yang dalam proses konstruksinya mempertimbangkan nilai i yang tidak tetap tergantung dari nilai tertentu di konstruksi rumus sebelumnya.

$$i = 6 + (s - 1)1 = \frac{n+1}{2} + 1 + s - 1; \text{ sehingga nilai } s = i - \frac{n+1}{2}$$

$$U_s = 2 + (s - 1)2 = 2 + \left(i - \frac{n+1}{2} - 1\right)2 = 2 + 2i - (n + 1) - 2$$

$$U_m = 2 + \left(\frac{j+1}{2} - 1\right)2n = 2 + (j - 1)n$$

Sehingga dengan memperhatikan nilai $U_m = 1 + (j-1)n$ dan melihat 2 pada U_s yang merupakan parameter terkait dengan U_m , maka:

$$P_{m, \frac{m}{2}}^n(i, j) = 2 + (j-1)n + 2i - (n+1) - 2 = (j-1)n + 2i - n - 1 = jn - n + 2i - n -$$

$$1 = (j-2)n + 2i - 1$$

Kaitan-kaitan yang terjadi lebih kompleks karena selain memperhatikan barisan dalam kolom i , barisan j dan nilai i juga penting untuk dipertimbangkan dalam konstruksi rumus. Setelah konstruksi ini, pengecekan dilakukan dan telah dipastikan bahwa rumusnya ternyata benar.

Salat Formula dari tabel halaman 20
Gunakan tabel : $P_{6,3}^9(i,j)$ untuk generalisasi rumus.

1) Untuk $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan j ganjil

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	
1	1	3	5	7	9	$U_n = a + (n-1)b$
3	19	21	23	25	27	$= 1 + (i-1)2$
5	37	39	41	43	45	

$U_m = a + (m-1)b$
 $= 1 + (\frac{j+1}{2}-1)2n$
 $= 1 + (j-1)n$

$P_{m, \frac{j}{2}}^n(i, j) = 1 + (j-1)n + (i-1)2$
 $= 1 + (j-1)n + 2i - 2$
 $= 2i + (j-1)n - 1$

2) Untuk $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ dan j ganjil

$i \backslash j$	1	2	3	4	
1	2	4	6	8	$U_s = a + (s-1)b$
3	20	22	24	26	$= 2 + (i - \frac{n+1}{2} - 1)2$
5	38	40	42	44	$= 2 + 2i - (n+1) - 2$

$U_m = a + (m-1)b$
 $= 2 + (\frac{j+1}{2}-1)2n$
 $= 2 + (j-1)n$

$U_s = a + (s-1)b$
 $i = b + (s-1)a$
 $b = \frac{n+1}{2} + 1 + s - 1$
 $s = i - \frac{n+1}{2}$

$P_{m, \frac{j}{2}}^n(i, j) = 2 + (j-1)n + 2i - (n+1) - 2$
 $= (j-1)n + 2i - n - 1$
 $= jn - n + 2i - n - 1$
 $= (j-2)n + 2i - 1$

Nilai U_m dikaitkan dengan parameter di U_n

Mengaitkan U_s dengan nilai i yang tidak konstan

Gambar 5. Bukti pengerjaan dan hal yang perlu diperhatikan

iii). Untuk $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan j genap, gambar 2 dapat dilihat kembali.

Tabel 9. Bagian dari tabel $P_{6,3}^9(i, j)$ dengan $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan j genap

i, j	1	2	3	4	5
2	14	13	12	11	10
4	32	31	30	29	28
6	50	49	48	47	46

Dengan menggunakan cara yang hampir sama dengan bagian i) :

$$P_{m, \frac{m}{2}}^n(i, j) = jn + \left(\frac{1-n}{2}\right) + 1 - i = jn + \left(\frac{3-n}{2}\right) - i$$

iv). Untuk $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ dan j genap, perhatikan tabel berikut ini:

Tabel 10. Bagian dari tabel $P_{6,3}^9(i,j)$ dengan $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ dan j genap

i, j	1	2	3	4
2	18	17	16	15
4	36	35	34	33
6	54	53	52	51

Dengan menggunakan cara yang hampir sama dengan bagian ii):

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = jn + \left(\frac{n+1}{2}\right) + 1 - i = jn + \left(\frac{n+3}{2}\right) - i$$

Secara keseluruhan, terdapat 4 cara konstruksi rumus yang berlaku setelah pengecekan per tahap berlaku pada m (banyaknya j) genap dan n (banyaknya i) ganjil. Formula sebagai berikut:

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = 2i + (j - 1)n - 1; \quad 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \text{ dan } j \in \text{bilangan asli ganjil};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = (j - 2)n + 2i - 1; \quad \frac{n+3}{2} \leq i \leq n \text{ dan } j \in \text{bilangan asli ganjil};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = jn + \frac{3-n}{2} - i; \quad 1 \leq i \leq \frac{n+1}{2} \text{ dan } j \in \text{bilangan asli genap};$$

$$P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = jn + \frac{n+3}{2} - i; \quad \frac{n+3}{2} \leq i \leq n \text{ dan } j \in \text{bilangan asli genap}$$

Pada tahap akhir dari berpikir tinggi adalah mengkreasi, yaitu menentukan rumus generalisasi barisan dari hasil penjumlahan barisan 2 dimensi per kolom yang disimbolkan dengan $\sum_{j=1}^m P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j)$, dimana $\sum_{j=1}^m$ merupakan jumlah setiap kolom mulai $j = 1$ hingga m . Awalnya diperkirakan ada 2 rumus karena ada 2 pola berbeda di saat $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$. Ketika diproses hasilnya seperti berikut.

a. Untuk $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$

$$\sum_{j=1}^m P_{m, \frac{1}{2}m}^n(i, j) = \sum_{j=1}^m 2i + (j - 1)n - 1 \Big|_{j \in \text{ganjil}} + \sum_{j=1}^m jn + \frac{3-n}{2} - i \Big|_{j \in \text{genap}} =$$

$$\sum_{j=1}^m jn \Big|_{j \in \text{ganjil}} + (2i - n - 1) \frac{m}{2} + \sum_{j=1}^m jn \Big|_{j \in \text{genap}} + \left(\frac{3-n}{2} - i\right) \frac{m}{2} = \frac{m}{2} (1 + m)n +$$

$$\left(i - \frac{1-3n}{2}\right) \frac{m}{2} = \frac{m}{2} \left(n + mn + i + \frac{1-3n}{2}\right) = \frac{m}{2} \left(mn + i + \frac{1-n}{2}\right)$$

b. Untuk $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m P_{m, \frac{m}{2}}^n(i, j) &= \sum_{j=1}^m 2i + (j-2)n - 1 \Big|_{j \in \text{ganjil}} + \sum_{j=1}^m jn + \frac{n+3}{2} - i \Big|_{j \in \text{genap}} = \\ &= \sum_{j=1}^m jn \Big|_{j \in \text{ganjil}} + (2i - 1 - 2n) \frac{m}{2} + \sum_{j=1}^m jn \Big|_{j \in \text{genap}} + \left(\frac{n+3}{2} - i\right) \frac{m}{2} = \frac{m}{2}(1+m)n + \\ &+ \left(i + \frac{1-3n}{2}\right) \frac{m}{2} = \frac{m}{2} \left(n + mn + i + \frac{1-3n}{2}\right) = \frac{m}{2} \left(mn + i + \frac{1-n}{2}\right) \end{aligned}$$

Dikarenakan hasil akhir rumus *a* dan *b* sama dan telah dilakukan pengecekan terhadap kebenarannya pada beberapa tabel yang lainnya juga pada gambar 2, maka dapat disimpulkan bahwa hanya ada satu rumus yang berlaku yaitu:

$$\sum_{j=1}^m P_{m, \frac{m}{2}}^n(i, j) = \frac{m}{2} \left(mn + i + \frac{1-n}{2}\right)$$

3. Penerapan strategi pada masalah lainnya dan kesalahan yang terjadi. Menurut Tohir (2017) mengatakan bahwa sangat penting bagi siswa untuk menerapkan suatu strategi tertentu pada masalah lain atau mencoba dengan startegi baru yang lebih simple atau lebih mudah dipahami, karena dengan demikian proses berpikir siswa dapat selalu dikembangkan dan digunakan dengan baik, sehingga keterampilan berpikir tingkat tingginya menungkat ke level yang lebih tinggi juga. Dalam hal ini, penerapan strategi yang sama dilakukan dalam konstruksi beberapa rumus. Untuk konstruksi rumus yang kedua, ketiga dan seterusnya menggunakan strategi yang hampir sama, detilnya sudah dijelaskan sebelumnya. Sedangkan, kesalahan yang terjadi telah disampaikan juga, seperti saat proses generalisasi rumus barisan 1 dimensi yang awalnya tidak berlaku untuk *n* genap. Dari hasil tersebut, konstruksi rumus lain dilakukan dan diperbaiki sehingga menemukan rumus lainnya. Lalu, saat konstruksi rumus generalisasi barisan 2 dimensi, kaitan-kaitannya lebih kompleks dan beberapa kesalahan terjadi namun segera diperbaiki, salah satu contohnya saat proses konstruksi rumus di pola $1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$ dan $\frac{n+3}{2} \leq i \leq n$ yang awalnya tidak mengaitkan *i* yang nilainya tidak tetap hingga muncul variabel baru yaitu *s*. Hal ini menunjukkan kesalahan-kesalahan yang terjadi dapat diperbaiki dengan melakukan analisis yang lebih teliti saat mendeteksi pola dan penyederhanaan rumus.
4. Evaluasi setiap langkah yang telah dibuat dan keyakinan hasil yang diperoleh. Indikator ini dapat dilihat saat pengecekan per tahap dan keseluruhan rumus yang telah diperoleh. Hal ini menunjukkan adanya evaluasi yang dilakukan untuk meyakinkan bahwa hasil yang telah diperoleh adalah benar.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa: (1) Keterampilan berpikir tingkat tinggi mahasiswa pada mata kuliah kombinatorik terdapat pada ranah kognitif “mengkreasikan (C6)”. Hal ini disebabkan karena dari uraian karakteristik keterampilan berpikir tingkat tinggi pada masing-masing ranah kognitif diperoleh bahwa secara umum mahasiswa mampu memenuhi sebagian besar indikator berpikir tingkat tinggi; (2) Berdasarkan hasil analisis, faktor-faktor yang

mempengaruhi kemampuan berpikir tingkat tinggi mahasiswa pada mata kuliah kombinatorik antara lain kecermatan dalam mengekspand data yang ada untuk menemukan rumus fungsinya, cermat pada bentuk parameter yang ada, kecenderungan mahasiswa dalam mengandalkan hafalan, tiruan dan motivasi. Sedangkan untuk mengembangkan keterampilan berpikir tingkat tinggi mahasiswa antara lain dapat ditempuh dengan meningkatkan motivasi dalam mengembangkan konsep-konsep yang telah diajarkan oleh Dosen, melakukan latihan-latihan yang bersifat kontinu dalam menyelesaikan masalah-masalah yang berhubungan dengan materi tersebut, dan membaca dengan cermat permasalahan yang diberikan sehingga kemampuan dalam mengidentifikasi dan menganalisis permasalahan akan lebih baik; dan (3) Berdasarkan hasil analisis terhadap ranah kognitif berpikir tingkat tinggi mahasiswa, maka mahasiswa akan lebih baik jika selalu dilakukan pada setiap waktu tertentu, karena berpikir tingkat tinggi seseorang selalu berkembang seiring usia dan dipengaruhi latihan-latihan yang rutin. Kematangan dan perkembangan biologis serta pendidikan tinggi memberi fasilitas kepada mahasiswa untuk mampu mengembangkan kemampuan berpikir dan berperilaku. Salah satu mata kuliah yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi mahasiswa adalah mata kuliah kombinatorik dan graf. Cara seperti ini dapat mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi mahasiswa. Ketika kemampuan berpikir tingkat tinggi mahasiswa mulai berkembang, maka tingkat berpikir tingkat tinggi mahasiswa tidak hanya selalu sampai pada ranah kognitif “menganalisis (C4)” saja, akan tetapi bisa naik ke ranah kognitif lebih tinggi, yaitu ranah kognitif “mengevaluasi (C5)” atau “mengkreas (C6)”.

Bagi mahasiswa hendaknya dapat menerapkan proses belajar yang bermakna dalam menerima materi atau konsep-konsep yang diberikan. Mahasiswa harus selalu aktif dalam setiap pembelajaran dan tidak hanya terpusat pada konsep yang diajarkan dosen namun juga harus mengembangkan konsep tersebut melalui studi literatur maupun latihan-latihan dalam bentuk pola yang lain, sehingga akan mengasah keterampilan berpikir tingkat tingginya. Diharapkan kepada tenaga pendidik atau para peneliti agar dapat melakukan riset yang bervariasi kepada mahasiswa secara kontinu dan berkesinambungan, terutama yang berkaitan dengan materi kombinatorik dan graf. Hal ini dimaksudkan agar keterampilan berpikir tingkat tinggi mahasiswa dapat terlatih dan dikembangkan. Selain itu, hendaknya pendidik atau para peneliti dapat menerapkan pembelajaran bermakna di kelas yang dapat mengaktifkan dan mengotimalkan potensi mahasiswa dengan didorong oleh berbagai pendekatan pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, L.W. & Krathwohl, D. R. (2010). *Kerangka Landasan Untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen (Terjemahan Agung Prihantoro)*. New York: Addition Wesley Longman. (buku asli diterbitkan tahun 2001).
- As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., & Taufiq, I. (2017). *Buku Guru Matematika (Revisi)*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.
- Basrowi, S. (2008). *Memahami Penelitian Kualitatif*. Jakarta: Rineka Cipta.

- Gartmann, S., & Freiberg, M. (1995). Metacognition and Mathematical Problem Solving: Helping Students to Ask the Right Questions. *Metacognition and Mathematical Problem Solving: Helping Students to Ask the Right Questions*, 6(1).
- Julistiawati, R., & Yonata, B. (2013). Keterampilan Berpikir Level C4, C5, & C6 Revisi Taksonomi Bloom Siswa Kelas X-3 SMAN 1 Sumenep pada Penerapan Model Pembelajaran Inkuiri Pokok Bahasan Larutan Elektrolit dan Non Elektrolit. *Jurnal Teknologi*, 1(1), 69–73. <https://doi.org/10.11113/jt.v56.60>
- Narbuko, C. (2010). *Metodologi Penelitian*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Novitasari, D. (2016). Pengaruh Penggunaan Multimedia Interaktif Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 8–18.
- P21. (2014). *Learning for the 21st Century: A Report and MILE Guide for*. Retrieved from <http://www.21stcenturyskills.org>
- Pohl, M. (2000). Learning to Think, Thinking to Learn. *Thinking Education*.
- Ramos, J. L. S.; Dolipas, B. B.; & Villamor, B. B. (2013). Higher Order Thinking Skills and Academic Performance in Physics of College Students: A Regression Analysis. *International Journal of Innovative Interdisciplinary Research Issue*, 4, 48–60. Retrieved from <http://education.qld.gov.au/corporate/newbasics/html/pedagogies/intellect/int1a.html>
- Rasyidin, L. F.; Maulana, F. (2008). *Cara Mudah Menaklukkan Olimpiade Matematika SMP*. Jakarta: Wahyu Media.
- Saefudin, A. A. (2011). Proses Berpikir Kreatif Siswa Sekolah Dasar (SD) Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Pemecahan Masalah Matematika Terbuka. *Universitas PGRI Yogyakarta*. Yogyakarta.
- Sobirin, M.; Koes, S.; & Kusairi, S. (2016). Level Keterampilan Berpikir Siswa Pada Materi Optika. *Pros. Semnas Pend. IPA Pascasarjana UM*, 1, 373–380.
- Tohir, M., Abidin, Z., Dafik, D., & Hobri, H. (2018). Students Creative Thinking Skills in Solving Two Dimensional Arithmetic Series Through Research-Based Learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 1008(1), 012072. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1008/1/012072>
- Tohir, Mohammad. (2017). Pengembangan Bahan Ajar Olimpiade Matematika Berdasarkan Model Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. In *Tesis. Magister Pendidikan Matematika Universitas Jember*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31121.79200>
- Tohir, Mohammad, Susanto, Hobri, Suharto, & Dafik. (2018). Students' Creative Thinking Skills in Solving Mathematics Olympiad Problems Based on Problem-Solving Polya and Krulik-Rudnick Model. *Advanced Science Letters*, 24(11), 8361–8364. <https://doi.org/10.1166/asl.2018.12563>